

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية

مديرية التعليم الثانوي العام والتكنولوجي

المفتشية العامة للتربية الوطنية

# موقع عيون البصائر التعليمي

التدرجات السنوية

المادة: رياضيات

المستوى: السنة الثالثة ثانوي

الشعبة: تقني رياضي

سبتمبر 2022

## مقدمة:

تعدّ التدرجات السنوية أداة بيداغوجية لتنظيم وضبط عملية بناء الموارد الضرورية وإرسائها وإدماجها وتقويمها من أجل تنصيب الكفاءات المستهدفة في المناهج التعليمية مع تحديد سبل ومعايير التقويم وطرق المعالجة.

وحتى تستجيب هذه التدرجات السنوية لمختلف المستجدات التنظيمية والبيداغوجية، فإنه يتوجب مراجعتها وتحديثها عند الاقتضاء. ضمن هذا السياق، وفي إطار التحضير للموسم الدراسي 2022 - 2023، وسّعا من وزارة التربية الوطنية لضمان جودة التعليم وتحسين الأداء التربوي البيداغوجي، وإثر إقرار العودة إلى تنظيم التمدرس العادي بعد التنظيم الاستثنائي الذي فرضته الأوضاع الصحية جراء وباء كوفيد 19 الذي مس بلادنا على غرار بلدان العالم، تضع المفتشية العامة للتربية الوطنية بالتنسيق مع مديريةية التعليم الثانوي العام والتكنولوجي، بين أيدي الممارسين التربويين التدرجات السنوية للتعلمات كأداة عمل مكّلة للسندات المرجعية المعتمدة، والمعمول بها في الميدان في مرحلة التعليم الثانوي العام والتكنولوجي، بغرض تيسير قراءة المنهاج وفهمه وتنفيذه، وتوحيد تناول مضامينه كما هو منصوص عليه.

وتجسيدا لهذه المعطيات، نطلب من الأساتذة قراءة وفهم مبدأ هذه التدرجات السنوية من أجل وضعها حيز التنفيذ، كما نطلب من السيدات والسادة المفتشين التدخّل باستمرار لمرافقة الأساتذة لتعديل أو تكييف الأنشطة التي يرونها مناسبة وفق ما تقتضيه الكفاءة المستهدفة.

## مذكرة منهجية:

لقد أثبت العمل بهذه التدرجات خلال السنوات السابقة نجاعته خاصة بعد التعديلات البيداغوجي التي أعدت والتي مكّنت التلاميذ والأساتذة من تخطي الصعوبات التي تعرضوا لها جراء بعض التوقفات. إنّ هذه التجربة تؤكد لنا على ضرورة وأهمية توخي المرونة في استخدام هذه التدرجات حسب متطلبات السياق المدرسي الذي عادة ما يحمل جملة من المتغيرات التربوية والمهنية إضافة إلى حالات طارئة وقد تكون في بعض الأحيان مفاجئة للأساتذ وللتلميذ وحتى للأولياء.

ومن هذا المنطلق ندعو كل الأساتذة إلى اعتماد هذه التدرجات خلال هذه السنة الدراسية 2023/2022 في تخطيط وتنظيم تعلّمات تلاميذهم وفي إعداد دروسهم، وذلك بالتنسيق مع أساتذة المادة على مستوى الثانوية وتحت الإشراف المباشر لمفتش التربية الوطنية بالمقاطعة، كما نؤكد في هذا الشأن على أهمية التكفل بالأساتذة الجدد والذين وظفوا مع مطلع هذه السنة الدراسية.

إنّ أهم ما يأخذه الأستاذ بخصوص الجانب التعليمي أي الديداكتيكي هو التركيز في ميدان الإحصاء والاحتمالات على إتاحة الفرصة للتلاميذ في اتجاهين الأول يتعلق بإدراك مفهوم التجربة العشوائية والثاني يتعلق بإدراك مفهوم المحاكاة وذلك من خلال ممارسة، في السنة الأولى، التجارب العشوائية والبحث عن مخرجها وكذلك إجراء المحاكاة لتجارب عشوائية باستعمال المجدولات. والتوضيح أكثر نشير إلى أنّ هذه الممارسة تمثل نقطة انطلاق وتمهيد للسنة الثانية عند تقديم مفهوم الاحتمال وفق المقاربة التواترية التي ينص عليها المنهاج الرسمي، إذ لا يمكن تناول مفهوم الاحتمال في السنة الثانية، من منطلق المنهاج دون التطرق إلى المفهومين السابقين. ففي السنة الثانية يعتمد التلميذ على المفهومين السابقين لكي يتناول مفهوم تذبذب العيّنات ثم ميولها نحو الاستقرار ثم أمثلة التواترات فمفهوم الاحتمال وأخيرا الحساب على الاحتمالات واستعمال شجرة الاحتمالات. وفي السنة الثالثة يتواصل العمل بتدعيم مفهوم الاحتمال وتوسيع الحساب على الاحتمالات.

نرجو من السادة الأساتذة العمل بهذا التوجه في ميدان الإحصاء والاحتمالات على امتداد سنوات التعليم الثانوي في الشعب المعنية بذلك.

## ملاحم التخرج

يساهم تدريس الرياضيات في التعليم الثانوي العام والتكنولوجي إلى تحقيق ملاحم التخرج في نهاية هذه المرحلة التي تعتبر تنويجا لكل مراحل التعليم السابقة لها وقاعدة الانطلاق للتعليم الجامعي أو مباشرة الحياة المهنية وتمثل هذه الملاحم في القدرة على:

- ◀ حل مشكلات.
- ◀ مواصلة الدراسة في إحدى التخصصات في التعليم الجامعي.
- ◀ التكوين الذاتي المستمر و البحث المنهجي و الابتكار.
- ◀ مزاولة تكوين مهني متخصص يؤهله إلى الاندماج في الحياة العملية.
- ◀ النقد الموضوعي و التعبير عن المواقف و الآراء و استخدام مختلف أشكال التواصل و وسائله باستقلالية.

### الكفاءات الرياضية في نهاية السنة الثالثة في شعبة تقني رياضي

تُعتبر السنة الثالثة من التعليم الثانوي العام والتكنولوجي حلقة الوصل بين مرحلة التعليم الثانوي والدراسة الجامعية أو الانخراط في الحياة المهنية. ويفترض هذا لبرنامج أنّ التلميذ قد اكتسب خلال دراسته الثانوية، كفاءات علمية إمّا تؤكد ميله نحو الاهتمام بالمواد العلمية ورغبته في التخصص في واحدة منها وهو الأمر الذي يؤهله لاختيار تخصص جامعي ما عن دراية ووعي، أو تمكنه من التكوين في إحدى التخصصات المهنية ذات طابع يتماشى وقدراته. ولتجسيد ذلك ينبغي تحقيق مجموعة من الكفاءات لدى كل صنف من التلاميذ وهذا حسب الشعبة التي ينتمون إليه.

### الكفاءات المستهدفة في شعبة تقني رياضي

#### الحساب:

توظيف خواص الموافقات في حل مشكلات رياضية.

توظيف مبرهنتي غوص وبيزو ونتائجهما في حل مشكلات رياضية.

#### التحليل:

دراسة وتوظيف الدوال العددية في حل مشكلات رياضية ومشكلات قريبة من الواقع.

توظيف المتتاليات العددية في حل مشكلات.

#### الهندسة:

حل مشكلات هندسية بتوظيف الأعداد المركبة والتحويلات النقطية والمعادلات الجبرية للمستقيمات والمستويات.

#### الإحصاء والاحتمالات:

حل مسائل في الاحتمالات.

توظيف المحاكاة في بناء نموذج احتمالي؟

#### تكنولوجيات الإعلام والاتصال:

توظيف الحاسبة البيانية في حل المشكلات.

توظيف برمجيات الهندسة الديناميكية ورسمات المنحنيات في المجدولات في حل مشكلات رياضية و/أو قريبة من الواقع.

#### المنطق والبرهان الرياضي

ممارسة مختلف أنماط البرهان بما فيها البرهان بالتراجع.

صياغة نصوص رياضية باستعمال تعبير رياضي مناسب يحترم قواعد النقاش الرياضي.

المادة: رياضيات	المستوى: السنة الثالثة ثانوي تقني رياضي	عدد الأسابيع	الحجم الساعي
الفصول	تقويم تشخيصي لمكتسبات التلاميذ	أسبوع	6 ساعات
	الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)	أسبوعان	12 ساعة
	الدالتان الأسية واللوغاريتمية	أسبوعان	12 ساعة
	الدوال العددية (النهايات)	أسبوع	6 ساعات
	التزايد المقارن ودراسة الدوال	أسبوعان	12 ساعة
	المتتاليات العددية	أسبوعان	12 ساعة
	معالجة	أسبوع	6 ساعات
	الدوال الأصلية والحساب التكاملي	3 أسابيع	18 ساعة
	الأعداد والحساب	3 أسابيع	18 ساعة
	الإحصاء والاحتمالات	أسبوعان	12 ساعة
	معالجة	أسبوع	6 ساعات
	الأعداد المركبة والتحويلات النقطية	3 أسابيع	18 ساعة
	الهندسة في الفضاء	3 أسابيع	18 ساعة
	معالجة	أسبوع	6 ساعات
المجموع	27 أسبوع	162 ساعة	

## التدرج السنوي لبناء التعلّات في السنة الثالثة تقني رياضي

الأسبوع	المحور	الكفاءات المستهدفة	المحتويات المعرفية	السير المنهجي لتدرج التعلّات	الحجم الساعي
1			تقويم تشخيصي للمكتسبات التلاميذ		6
2	الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)		الاشتقاقية والاستمرارية: التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية العدد المشتق والمماس تعريف استمرار دالة على مجال	التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية، من خلال أنشطة وتمارين هادفة مختارة بعناية. من خلال دوال مثل: $x \mapsto x^2$ ، $x \mapsto  x $ و $x \mapsto \sqrt{x}$ نجعل التلاميذ يلاحظون أنّ الدالة تكون مستمرة على مجال، عندما يمكن رسم منحنيها البياني على هذا المجال دون رفع القلم. كل الدوال المألوفة المقررة في هذا المستوى مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها. لا تثار مسألة البحث في إثبات استمرارية دالة	2
			إثبات وجود حلول للمعادلة $f(x) = k$ ، $k$ عدد حقيقي.	مبرهنة القيم المتوسطة واستعمالها في إثبات وجود حلول للمعادلة $f(x) = k$ ، $k$ عدد حقيقي.	2
			حساب مشتق دالة مركبة.	المشتقات المتتابعة،	1
			استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها (اتجاه تغيّر دالة على مجال، التقريب الخطي، نقطة الانعطاف، (...).		1
			تابع استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها (اتجاه تغيّر دالة على مجال، التقريب الخطي، نقطة الانعطاف، (...).		1
			توظيف المشتقات لحل مشكلات (دراسة اتجاه تغيّر دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء)		2
3		توظيف المشتقات لدراسة الدوال المثلثية: ، $x \mapsto \sin x$ ، $x \mapsto \cos x$ $t \mapsto a \sin(\omega t + \varphi)$	ندرس أمثلة حول دوال من مثل: الدوال الناطقة (حاصل قسمة كثير حدود من الدرجة 2 أو 3 على كثير حدود من الدرجة 1 أو 2). الدوال الصماء $x \mapsto \sqrt{f(x)}$ ، حيث $f$ دالة موجبة وقابلة للاشتقاق.	3	

	الدوال المثلثية: $x \mapsto \sin(ax+b)$ ، $x \mapsto \cos(ax+b)$ ، $x \mapsto \tan x$ فيما يخص الدوال الصماء نتطرق إلى المماس الموازي لحامل محور الترتيب. يمكن الملاحظة أنّ كل دالة قابلة للاشتقاق على مجال هي دالة مستمرة على هذا المجال.				
	نشرح الكتابات $\frac{d^2 f}{dx^2}$ ، $\frac{df}{dx}$ (المستعملة في الفيزياء) والكتابة $dy = f'(x).dx$ يمكن توظيف العلاقة: $\Delta y \approx f'(x).\Delta x$ باستعمال جدول لتقريب دالة تكون حلاً لإحدى المعادلات التفاضلية: $y' = \frac{1}{x}$ ، $y' = y$		توظيف المشتقات لحل مشكلات حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y'' = f(x)$ ، $y' = f(x)$ حيث $f$ دالة مألوفة.		
2	تُعرف الدالة الأسية كحل خاص للمعادلة التفاضلية $y' = y$ التي تحقّق $y(0) = 1$ نبدأ بإنشاء حل تقريبي لهذه المعادلة باستخدام جدول (بتطبيق طريقة أولير) ثمّ بعدها نقبل بوجود هذا الحل. نقدّم هذه الدالة في مرحلة مبكرة من السنة الدراسية قصد توظيفها في العلوم الفيزيائية. نستنتج من التعريف خواص الدالة الأسية: $\exp(x) > 0$ ، $\exp(x+y) = \exp(x) \times \exp(y)$ . الترميز $e^x$ ، النهايات والمنحنى الممثل لها.	الدالة الأسية: نشاط، تعريف وخواص الدالة $x \mapsto \exp(x)$	دراسة الدالة الأسية النيبيرية وتوظيف خواصها في حل معادلات و متراجحات توظيف خواص الدالة الأسية النيبيرية لحل مشكلات.	الدالتان الأسية واللوغاريتمية	4
2		حل معادلات و متراجحات باستعمال خواص الدالة الأسية			
1		توظيف خواص دوال أسية $e^{kx} \mapsto x$ .			
1		دراسة الدالة $\exp ou$ .			
1	نبيّن من أجل كل عدد حقيقي $a$ موجب تماماً، أنّ المعادلة $e^x = a$ تقبل حلاً وحيداً نرمز له بالرمز $\ln a$ ، يمكن القول حينئذ أنّ الدالة $\ln$ هي الدالة العكسية للدالة الأسية، لكن لا تُعطي أي دراسة تفصيلية حول الدالة العكسية.	الدوال اللوغاريتمية: تعريف وخواص الدالة اللوغاريتمية النيبيرية	دراسة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية وتوظيف خواصها في حل معادلات و متراجحات.		5

	تُستنتج الخواص الجبرية والتحليلية للدالة اللوغاريتمية $\ln a$ من خواص الدالة الأسية $\exp$ . تتم الإشارة إلى أنّ المنحنيين الممثلين للدالتين $\ln a$ و $\exp$ متناظران بالنسبة للمنصف الأول في المعلم المتعامد والمتجانس وتبرير ذلك.	حل مشكلات بتوظيف اللوغاريتمات ودوال القوى		
2	حل معادلات و مترجمات باستعمال خواص الدالة اللوغاريتمية النيبيرية .			
2	يعطى تعريف دالة اللوغاريتم العشري (التي نرسم إليها بالرمز $\log$ ) ويشار إلى أهمية تطبيقاتها في مواد أخرى.	دراسة الدالة $\ln ou$ ، تعريف اللوغاريتم العشري.		
1		حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y' = a y + b$		
2	ننطلق من وضعيات ذات دلالة تتعلق بالدوال المدروسة في السنة الثانية ثانوي، ونهتم فقط بدوال تكون مجموعة تعريفها معطاة أو سهلة التعيين. تُدعم مكتسبات التلاميذ حول مفهوم النهاية في وضعيات بسيطة (مثلاً النهاية المنتهية عند عدد حقيقي $x_0$ ) وتوظيف ذلك في أمثلة بسيطة ثم توسع إلى وضعيات أخرى. ولتوضيح ذلك، نعتمد على تمثيلات بيانية باستعمال برمجيات مناسبة كالمجدولات. كما يمكن توظيف الحاسبة البيانية: لإزاحة النافذة نحو اليسار عندما يؤول $x$ إلى $-\infty$ . لإزاحة النافذة نحو اليمين عندما يؤول $x$ إلى $+\infty$ . لإنجاز تكبير للنافذة بجوار $x_0$ عندما يؤول $x$ إلى $x_0$ وذلك لتخمين نهاية أو المصادقة عليها. تُستغل هذه المناسبة للتذكير بالمستقيم المقارب الموازي لحامل محور الفواصل.	النهايات: المستقيمت المقاربة الموازية للمحورين.	حساب نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند الحدود (المنتهية أو غير المنتهية) لمجالات مجموعة تعريف	
2	تُعطي المبرهنات الشهيرة المتعلقة بمجموع وجُداء وحاصل قسمة نهايتين دون برهان. (يمكن أن يُقدم برهاناً على حالة بسيطة). تُعطي مبرهنات الحصر (نهاية منتهية، غير منتهية، وكذا المبرهنة التي تربط الترتيب بين دالتين والترتيب بين نهايتين). حساب نهاية دالة مركبة $g \circ f$ يطبق في الحالة التي تكون فيها $g$ دالة مألوفة.	نهايات باستعمال المبرهنات المتعلقة بالعمليات على النهايات.	حساب نهاية باستعمال المبرهنات المتعلقة بالعمليات على النهايات أو المقارنة وتركيب دالتين	الدوال العددية (النهايات)



1		حساب نهاية باستعمال المقارنة أو الحصر ومركب دالتين			
1	تسمح الملاحظة عند استعمال برمجيات مناسبة أو حاسبة بيانية بتخمين وجود مستقيم مقارب أو منحن مقارب للمنحنى الممثل لدالة، وتحديد الوضعية النسبية لهما وتبرّر النتائج الملاحظة عن طريق الحساب.	. المستقيم المقارب المائل.	دراسة السلوك التقاربي لدالة، المستقيم المقارب المائل		
2		دوال القوى والجذور النونية وتوظيف خواصهما.			
2	نجعل التلميذ يلاحظ، انطلاقاً من التمثيلات البيانية للدوال $x \mapsto \ln x$ ، $x \mapsto e^x$ ، $x \mapsto x^n$ ، حيث $n$ عدد طبيعي غير معدوم، أنّ هذه الدوال تؤول كلّها نحو $+\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$ ، لكن سلوكها مختلف ومن ثمّ استنتاج التزايد المقارن لها: في اللانهاية، تتفوق الدالة الأسية على الدالة " قوة " والدالة " قوة " على الدالة اللوغاريتم. في هذا المجال يمكن استعمال الحاسبة البيانية أو المجدول لتجسيد هذه السلوكات.	التزايد المقارن للدوال الأسية و دوال القوى و اللوغاريتمات.	معرفة و تفسير النهايات : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$	التزايد المقارن ودراسة الدوال	7
2		تطبيقات على النهايات الأسية واللوغاريتمية			
3	تُدرج دراسة بعض الأمثلة لدوال من الشكل: $x \mapsto e^{-\lambda x^2}$ حيث $(\lambda > 0)$ ؛ $x \mapsto a^x$ حيث $(a > 0)$ أو $x \mapsto x^a$ حيث $(a \in \mathbb{R}_+^* \text{ و } x > 0)$ . نقبل العلاقة: $a^b = e^{b \ln a}$ من أجل كل عددين حقيقيين $a$ و $b$ حيث $a > 0$ و $b$ كفي.	دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء، دوال القوى. وحل مشكلات باستعمالها	دراسة دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء، مثلثية، دوال القوى. وحل مشكلات باستعمالها.		8
3		دوال أسية، اللوغاريتم، دوال القوى وحل مشكلات باستعمالها.	دراسة دوال أسية، اللوغاريتم، دوال القوى وحل مشكلات باستعمالها.		

1	تقترح متتاليات معرفة باستعمال دالة $f$ بعلاقة من الشكل $u_n = f(n)$ أو $u_{n+1} = f(u_n)$ يتم بهذه المناسبة التذكير بالمتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية.	توليد متتالية عددية:	استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية.	المتتاليات العددية	9
2		التذكير بالمتتالية الحسابية والمتتالية الهندسية من خلال أنشطة وتطبيقات عليها	اثبات خاصية بالتراجع.		
3		الاستدلال بالتراجع: إثبات خاصية بالتراجع.	دراسة سلوك ونهاية متتالية.		
2	في دراسة نهايات المتتاليات تطبق النتائج المحصل عليها في السنة الثانية أو المبرهنات المعروفة على الدوال عندما يؤول $n$ إلى $+\infty$ . عندما تقبل الدالة $f$ نهاية $\ell$ عندما يؤول المتغير إلى $+\infty$ فإن المتتالية $(u_n)$ المعرفة بالعلاقة $u_n = f(n)$ تقبل نفس النهاية $\ell$ عندما يؤول $n$ إلى $+\infty$ (ننبه أن العكس غير صحيح).	خواص المتتاليات: دراسة سلوك ونهاية متتالية.	حل مشكلات توظف فيها المتتاليات والبرهان بالتراجع.	المتتاليات العددية	10
2	يُعطى تعريف متتاليتين متجاورتين وتقبل النظرية التي تنص على أنه إذا كانت متتاليتين متجاورتين فإنهما تقتربان إلى نفس النهاية ويستثمر ذلك لحساب مساحة الحيز تحت المنحنى الممثل لدالة.	المتتاليتان المتجاورتان: تعريف ومفهوم متتاليتين متجاورتين.	اثبات تجاور متتاليتين		
2		حل مشكلات توظف فيها المتتاليات والبرهان بالتراجع.			
6	معالجة بيداغوجية				11
2	نُدرج الخواص المعروفة للدوال الأصلية وحسابها المستخلصة انطلاقاً من خواص المشتقات.	تعريف دالة أصلية لدالة على مجال والخواص.	تعيين دالة أصلية لدالة مستمرة على مجال. تعيين دوال أصلية لدوال مألوفة.	الدوال الأصلية	12
2		أمثلة لدوال أصلية			
1	نثبت وحدانية الدالة الأصلية لدالة معرفة على مجال تأخذ قيمة معينة من أجل قيمة معلومة من هذا المجال عندما نتعرف على إحدى دوالها الأصلية.		تعيين الدالة الأصلية التي تأخذ قيمة $y_0$ من أجل قيمة $x_0$ للمتغير.		
1			حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y' = f(x)$ ، $y'' = f(x)$ حيث $f$ دالة مألوفة.		

1	<p>يتم مقارنة مفهوم التكامل بحساب مساحات لأشكال هندسية معروفة (مستطيل، مثلث في وضعيات مختلفة، شبه منحرف). مثلا حساب مساحة الحيز المستوي تحت المنحنى الممثل لدالة <math>f</math> مستمرة وموجبة على مجال <math>[a; b]</math> أي مجموعة النقط <math>M(x; y)</math> حيث <math>a \leq x \leq b</math> و <math>0 \leq y \leq f(x)</math>. ثم نقارن النتيجة بالعدد <math>G(b) - G(a)</math> حيث <math>G</math> هي دالة أصلية للدالة <math>f</math> على المجال <math>[a; b]</math>.</p> <p>نأخذ <math>f</math> دالة مستمرة وموجبة في وضعيات أولية (1) ثابتة (مساحة مستطيل) (2) تآلفية (مساحة مثلث أو شبه منحرف)</p> <p>نعرف العدد <math>\int_a^b f(x) dx</math> بالفرق <math>G(b) - G(a)</math> ونقرأ "التكامل من <math>a</math> إلى <math>b</math> لـ <math>f(x)</math> تفاضل <math>x</math>" وهو يمثل مساحة الحيز المستوي المحدد بمنحنى الدالة <math>f</math> والمستقيمتين التي معادلاتها <math>x = a</math> و <math>x = b</math> و <math>y = 0</math> في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد.</p>	المقارنة والتعريف.		الحساب التكاملي	
2	<p>نُدرج خواص التكامل في حالة <math>f</math> موجبة والمتعلقة:</p> <p>بعلاقة شال <math>\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx</math> ونتائجها وبالخطية.</p> <p>بالمقارنة: إذا كانت <math>f \leq g</math> فإن <math>\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx</math>.</p> <p>بالقيمة المتوسطة لدالة: <math>\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx</math>.</p> <p>حصر القيمة المتوسطة: إذا كانت <math>m \leq f(x) \leq M</math> على مجال <math>[a; b]</math></p> <p>فإن <math>m \leq \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \leq M</math>.</p>	الحساب التكاملي: تعريف، خواص، حساب مساحات سطوح مستوية	توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى.		

	بعد التعرف على الخواص السابقة يتم التعميم شيئاً فشيئاً من أجل: $\int_a^b f(x) dx = -\int_a^b  f(x)  dx$ $f$ سالبة حيث: $f$ تغير إشارتها. إشارة العدد $\int_a^b f(x) dx$ بدلالة إشارة $f$ على المجال $[a; b]$ .				
1		مفهوم القيمة المتوسطة لدالة على مجال وحصرها.			
2			استعمال التكامل بالتجزئة.		
1			تابع استعمال التكامل بالتجزئة		
3	تعريف الدالة الأصلية للدالة $f$ على $[a; b]$ والتي تنعدم من أجل $a$ على $\int_a^x f(t) dt$ أنها الدالة التي ترفق كل $x$ من $[a; b]$ بالعدد	توظيف الحساب التكاملي	توظيف الحساب التكاملي لحساب دوال أصلية.	14	
1	حساب الحجم: $\int_a^b \pi [f(x)]^2 dx$ نقتصر على الأمثلة البسيطة سهلة الحساب.		حساب حجم لمجسمات بسيطة.		
1	يتعلق الأمر بمعالجة مشكلات من الواقع أو المرتبطة به مثل العبارة التكاملية للمسافة المقطوعة على مستقيم بمعرفة السرعة اللحظية.		توظيف الحساب التكاملي لحل مشكلات بسيطة.		
1		القسمة الإقليدية في $\mathbb{Z}$ :	إثبات أن عدداً صحيحاً يقسم عدداً صحيحاً آخرًا.	15	

1	يتعلق الأمر بالخواص التالية، التي يتعين إثباتها: إذا كان $a$ يقسم $b$ و $b$ يقسم $c$ فإن $a$ يقسم $c$ . إذا كان $a$ يقسم $b$ فإنه من أجل كل عدد صحيح $k$ ، $a$ يقسم $kb$ و $ka$ يقسم $kb$ . إذا كان $a$ يقسم $b$ و $c$ فإنه من أجل كل $x$ و $y$ من $\mathbb{Z}$ ، لدينا $a$ يقسم $bx + cy$ . نجد هنا فرصاً لممارسة بعض أنماط البرهان.	قابلية القسمة $\mathbb{Z}$	استعمال خواص قابلية القسمة في $\mathbb{Z}$ .	
2	تُبرهن الخاصية: من أجل $a \in \mathbb{Z}_+^*$ و $a \in \mathbb{Z}$ ، توجد ثنائية وحيدة $(q; r)$ ( $q$ و $r$ عدنان صحيحان) حيث: $a = bq + r$ و $0 \leq r \leq b$ . كما تُبرهن المساواة: $PGCD(a; b) = PGCD(b; r)$ . تُبرهن أن: $PGCD(ka; kb) = k.PGCD(a; b)$ وأن: $PGCD(a; b) = d$ يكافئ $a = da'$ و $b = db'$ مع $a'$ و $b'$ أوليين فيما بينهما. توسيع مفهوم القاسم المشترك الأكبر إلى $\mathbb{Z}$ .	القسمة الإقليدية في $\mathbb{Z}$ القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين. قابلية القسمة في $\mathbb{Z}$	استعمال خوارزمية إقليدس لتعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين. استعمال خوارزمية إقليدس لتعيين القواسم المشتركة لعددين طبيعيين.	
1	يمكن اقتراح أنشطة من النوع: إيجاد الأعداد الصحيحة $a$ و $b$ إذا أعطي $PGCD(a; b)$ وعلاقة بين $a$ و $b$ . يمكن اقتراح مشكلات من الواقع مثل تبليط أرضية مستطيلة الشكل، رصف علب (متوازي مستطيلات) في صندوق (متوازي مستطيلات) ذي أبعاد معلومة، ...		حل مشكلات بتوظيف خواص القاسم المشترك الأكبر.	
1	تُبرهن الخواص المتعلقة بتلاؤم الموافقة مع العمليتين $+$ و $\times$ . تُقتراح أنشطة متنوعة مثل: إيجاد باقي قسمة، حيث يمكن إبراز محدودية الحاسبة. حل معادلات في $\mathbb{Z}$ ، من الشكل: $ax + by = c$ . تُقتراح أنشطة متنوعة حول قابلية القسمة تُوظف فيها الموافقات.	الموافقات في $\mathbb{Z}$ : تعريف وخواص	معرفة واستعمال خواص الموافقات في $\mathbb{Z}$ .	
1	يُبرهن وجود ووحداية نشر عدد طبيعي $N$ وفق أساس $x$ من الشكل:	التعداد:	نشر عدد طبيعي وفق أساس.	16

	$N = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$			
1		الانتقال من نظام أساسه $\alpha$ إلى نظام أساسه $\beta$ .		
1		التعرّف على أولية عدد طبيعي.		
1	يُبرهن وجود تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أولية وتقبل، دون برهان، وحدانية هذا التحليل. تقترح أنشطة متنوعة يُوظف فيها تحليل عدد طبيعي إلى جُداء أعداد أولية لتعيين قواسمه (أو عددها) أو مضاعفاته.	استعمال تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أولية لتعيين مضاعفاته وقواسمه		
1		المضاعف المشترك الأصغر:.	استعمال تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أولية لتعيين المضاعف المشترك الأصغر والقاسم المشترك الأكبر	
1	تبرهن الخاصية: $PGCD(a;b) \times PPCM(a;b) = ab$ يمكن اقتراح أنشطة حول إيجاد الأعداد الصحيحة $a$ و $b$ إذا أعطي $PGCD(a;b)$ أو $PPCM(a;b)$ أو علاقة بين $a$ و $b$	استعمال العلاقة بين المضاعف المشترك الأصغر والقاسم المشترك الأكبر		
1	تبرهن الخاصية: $PPCM(ka;kb) =  k PPCM(a;b)$ حيث $k$ عدد صحيح غير معدوم.	استعمال خواص المضاعف المشترك الأصغر		
1	تُقترح أنشطة حول مبرهنة "بيزو" ومبرهنة "غوص".	مبرهنة بيزو:	استعمال مبرهنة بيزو.	
2	نقصد بنتائج مبرهنة غوص، ما يلي: $a \in \mathbb{Z}^*$ و $b \in \mathbb{Z}^*$ عدد أولي. إذا كان $p$ يقسم $ab$ فإن $p$ يقسم $a$ أو $p$ يقسم $b$ . $a, b, c$ أعداد طبيعية غير معدومة. إذا كان $a$ مضاعف $b$ و $c$ و $PGCD(b;c) = 1$ فإن $a$ مضاعف $bc$ . يمكن استعمال مبرهنة غوص لحل في $\mathbb{Z}$ ، المعادلة: $ax + by = c$ .	مبرهنة غوص:	استعمال مبرهنة غوص ونتائجها.	17
2			حل مسائل في الحساب	

2	مفهوم الاحتمال والمتغير العشوائي غير جديد على التلميذ، لذا تستغل هذه الفقرة في معالجة أنشطة تدعم مكنساته حول الموضوع وتوفر له فرصة توظيفها من جديد لتهيئه إلى التوسع فيها لاحقاً.	الاحتمالات المتساوية على مجموعة منتهية:	إيجاد قانون احتمال لمتغير عشوائي.	الإحصاء والاحتمالات	18
2	يُفسر الأمل الرياضي لمتغير عشوائي باعتباره المتوسط الحسابي لقيم هذا المتغير العشوائي مرفقة باحتمال كل منها، وتعالج أنشطة متنوعة لتأكيد هذا المعنى وتوظيفه للإجابة عن تساؤلات تتعلق بالاحتمالات. تُعالج أنشطة نمذجة تجريبية يتدخل فيها متغير عشوائي وتوظف الانحراف المعياري والأمل الرياضي.	العد (المبدأ الأساسي للعد، القوائم، الترتيبات، التبديلات، التوفيقات )	حل مسائل في الاحتمالات توظف المتغيرات العشوائية، قانون احتمالها، التباين، الانحراف المعياري والأمل الرياضي.		
2	تُستعمل مختلف التمثيلات كالمخططات، الجداول، شجرة الإمكانيات لطرح المبدأ الأساسي للعد وشرحه. تُبرر قوانين التحليل التوفيقي انطلاقاً من معالجة أنشطة في العد تتمحور حول تجارب بسيطة في السحب (السحب على التوالي دون إعادة، مع الإعادة، السحب في آن واحد) تُعالج حالات بسيطة في العد لتدعيم مكتسبات التلميذ حول حل مسائل في الاحتمالات المتقطعة. يتم التوصل إلى قوانين التحليل التوفيقي باعتماد دراسة نظرية بحيث تصبح هذه القوانين فيما بعد أدوات رياضية قوية تسمح بمعالجة وضعيات مركبة في الع تعتمد نمذجتها على تجارب إلقاء قطعة نقدية وإلقاء حجر نرد والسحب بأنواعه الثلاثة.	العد باستخدام المبدأ الأساسي للعد (المجموع والجداء). تنظيم معطيات من أجل عدّها باستخدام المبدأ الأساسي للعد (المجموع والجداء).	استخراج بعض قوانين التحليل التوفيقي (القوائم، الترتيبات، التبديلات، التوفيقات).		
2			حل مسائل في العد باستعمال قوانين التحليل التوفيقي	19	
2			حل مسائل في العد باستعمال قوانين التحليل التوفيقي		
1		دستور ثنائي الحد.			
1	يتعلق الأمر بمعالجة تجارب توول نمذجتها إلى تجارب السحب بأنواعه الثلاثة وإلى إلقاء حجر النرد والقطعة النقدية، ثم تمديد هذه النمذجة إلى وضعيات تتدخل فيها المتغيرات العشوائية المتقطعة وشجرة الإمكانيات. تعتبر المحاكاة وسيلة ضرورية لنمذجة مبنية على التجربة وذلك باستعمال تواتر كل مخرج من مخرجها، في حين تصبح قوانين التحليل التوفيقي أداة رياضية قوية لنمذجة نظرية.		نمذجة وضعيات بالاعتماد على التجارب المرجعية للسحب أو الإلقاء.	20	
1	ندرس الأعداد المركبة في إطار هندسي. نقتح أنشطة تتعلق بالبحث عن مجموعات النقط و/أو استعمال المرجح.	المجموعة $\square$ :	إجراء العمليات الحسابية على الأعداد المركبة.		

1			استعمال خواص مرافق عدد مركب، حساب طويلة عدد مركب.		
1	نتطرق إلى الجذرين التربيعيين لعدد مركب.	حل بعض أنواع للمعادلات في $\square$	حل معادلة من الشكل $z^2 = z_0$ حيث $z_0$ عدد مركب معلوم		
2	تقدم المساعدة المناسبة للتلميذ لحل هذا النوع من المعادلات.		حل في $\square$ ، معادلات يؤول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية.		
1		الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم	حساب عمدة لعدد مركب غير معدوم. الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل المثلثي والعكس.		
6	<b>معالجة بيداغوجية</b>				21
1	يُرمز $e^{i\alpha}$ للعدد المركب $\cos \alpha + i \sin \alpha$ .	ترميز أولر: $e^{i\alpha}$	كتابة عدد مركب غير معدوم على الشكل الأسّي	<b>الأعداد المركبة (تابع)</b>	22
1	تُميز دائرة مركزها النقطة $\Omega$ ذات اللاحقة $z_0$ أو نصف مستقيم مبدؤه $\Omega$ بعلاقة من الشكل $z = z_0 + k e^{i\theta}$ ، $k$ ثابت موجب و $\theta$ يسمح $\square$ عندما يتعلق الأمر بالدائرة أو $\theta$ ثابت و $k$ يسمح $\square^+$ عندما يتعلق الأمر بنصف المستقيم.	التفسير الهندسي لطويلة وعمدة عدد مركب	التعبير عن خواص لأشكال هندسية باستعمال الأعداد المركبة.		
1	يُدرج تفسير طويلة وعمدة العددين $z_A - z_B$ و $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}$ واستعمالها في حل مسائل هندسية. نُبرهن الدساتير المتعلقة لطويلة وعمدة جُداء أو حاصل قسمة عددين مركبين غير معدومين، نبيّن عندئذ أهمية ترميز أولير. (نستعمل ترميز أولير لإيجاد دساتير التحويل المدروسة سابقا في حساب المثلثات).		توظيف خواص الطويلة والعمدة لحل مسائل في الأعداد المركبة وفي الهندسة.		
1		دستور موافر	توظيف دستور موافر لحل مسائل في الأعداد المركبة وفي الهندسة.		



1	تُبرز الكتابة المختصرة $z' - z_0 = k(z - z_0)$ لكل من التحاكي والدوران.	الأعداد المركبة والتحويلات النقطية من الشكل $M(z) \mapsto M'(z')$ حيث $z' = az + b$ مع $a \in \mathbb{C}^*$ أو $a \in \mathbb{R}$ و $ a =1$	تعيين الكتابة المركبة للتحويلات النقطية المألوفة (الانسحاب، التحاكي، الدوران). - التعرف عن تحويل انطلاقاً من الكتابة المركبة.	التحويلات النقطية	23
1	عالج مسائل هندسية يتم فيها برهان خواص هذه التحويلات كحفظ الاستقامية، التوازي، المُرَجَّح، ...؛ التأثير على الأطوال وعلى المساحات؛ ... يمكن في هذه الفقرة الاعتماد على تمييز الدائرة وتمييز نصف المستقيم المشار إليهما أعلاه.		حل مسائل هندسية تتطلب استعمال انسحابات، تحاكيات أو دورانات بواسطة الأعداد المركبة		
1			توظيف الأعداد المركبة لبرهان خواص الانسحاب، الدوران والتحاكي.		
1	تُعرّف التشابه المباشر كتحويل نقطي يحافظ على نسب المسافات ويحافظ كذلك على الزوايا الموجهة. في حالة التي تكون فيها نسبة التشابه المباشر هي 1، نقول عن التشابه المباشر إنه تقايماً موجباً (أو إزاحة). تُبين أنّ التحويلات المدروسة سابقاً هي تشابهات مباشرة. قبل أنه لا توجد تشابهات مباشرة أخرى شكلها المركب يختلف عن $z' = az + b$ مع $a \in \mathbb{C}^*$ و $b \in \mathbb{C}$ . (يمكن برهان هذه النتيجة) تُبين أنّ التشابه المباشر (ماعد الانسحاب) يتميز بثلاثة عناصر: مركزه ونسبته وزاويته. تُعالج مسائل متنوعة ووضعيات نستعمل فيها المثلثات المتشابهة تدعيماً لمكتسبات التلاميذ في السنة الأولى. يُبرهن أنّ إذا كانت $A, B, A'$ و $B'$ أربع نقط مختلفة منثنى منثنى فإنه يوجد تشابه مباشر وحيد يُحوّل $A$ إلى $A'$ و $B$ إلى $B'$ .	التشابهات المستوية المباشرة: تعريف، الكتابة المركبة حالة خاصة (التقاييسات)، مركب تشابهين مباشرين، خواص	التعرف على تشابه مباشر التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركبة.		
1			تركيب تشابهين مباشرين.		
1			تعيين التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركبة. توظيف التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركبة.		
1			توظيف خواص التشابهات المباشرة لحل مسائل هندسية		

1	تُتَرح أنشطة حول تحويلات نقطية كتابتها المركبة هي $z' = a\bar{z} + b$ . وذلك في حالات خاصة وبتقديم المساعدة المناسبة.	أنشطة حول تحويلات نقطية كتابتها المركبة هي $z' = a\bar{z} + b$ .			
2	تم ادراج ما هو ملون باللون الأحمر لعدم تناوله في السنة الدراسية 2022-2021	استعمال الأشعة لإثبات توازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط. البرهان على أن أشعة من نفس المستوي.			
1	تهدف هذه الفقرة إلى تمكين التلاميذ من التعليم في الفضاء يحذ البدء في معالجة حالات خاصة يكون فيها المستوي موازيا لأحد مستويات الأحداثيات ثم التوسع بعد ذلك	التعليم في الفضاء: تعليم نقطة أعطيت إحداثياتها. تعيين معادلة لمستوي مواز لأحد مستويات الأحداثيات. تعيين معادلات مستقيم معرّف بنقطة وشعاع توجيه له.			
1		إثبات أن أشعة معطاة تنتمي إلى نفس المستوي.			24
1	نستعمل مبرهنة فيثاغورث لإيجاد هذا الدستور، ثم يوظف في التطبيقات للحصول على معادلات كل من الكرة، الاسطوانة، المخروط الدوراني.	المسافة بين نقطتين: استعمال مبرهنة فيثاغورث لإيجاد المسافة بين نقطتين. استعمال دستور المسافة بين نقطتين لتعيين معادلة: سطح كرة، الاسطوانة الدورانية، المخروط الدوراني.			
1	تعمم تعريف الجداء السلمي في المستوي إلى الفضاء، نراجع بهذه المناسبة الجداء السلمي في المستوي. ونستعمل التعبير " شعاع يُعامد مستو "	توظيف الجداء السلمي لإثبات تعامد مستقيمين، تعامد مستويين، تعامد مستقيم ومستوي.			
1	تعالج مسائل يتطلب حلها استعمال الجداء السلمي و/أو عبارته التحليلية.	الجداء السلمي وتطبيقاته. التعريف والعبارة التحليلية.			
1		توظيف الجداء السلمي لحساب المسافة بين نقطة ومستوي.			
2	مجموعات النقط المقصودة هنا هي تلك المعرّفة كما يلي: مجموعة النقط $M$ حيث $\vec{AM} \cdot \vec{u} = k$ أو بصفة عامة $\alpha MA^2 + \beta MB^2 = k$ ( $k$ عدد حقيقي).	توظيف الجداء السلمي لتعيين معادلات نقط.			25
2	نعني بالتمييز بالمرجح، تعريف مستقيم، قطعة مستقيم ومستو، كمجموعة مراجح نقطتين، مرفقتين بمعاملين من نفس الإشارة، 3 نقط ليست على	المستقيمات والمستويات في الفضاء			
2		استعمال التمثيلات الوسيطة أو التمييز بالمرجح لحل مسائل الاستقامية، التلاقي، انتماء 4 نقط إلى نفس المستوي.			

	استقامة واحدة، على الترتيب			
1	نُسَجَل أَنَّهُ يُمْكِن تَمْثِيل مَسْتَقِيم بِمَعَادِلَتَيْنِ خَطِيئَتَيْنِ.		الانتقال من جملة معادلتين لمستقيم أو معادلة لمستو إلى تمثيل وسيطي والعكس.	
2	نُبَرَّر كَيْفَ أَنَّ دِرَاسَةَ الْوَضْعِ النَّسْبِيِّ لِمَسْتَوِيَيْنِ أَوْ لِمَسْتَقِيمٍ وَمَسْتَوٍ أَوْ لِمَسْتَقِيمَيْنِ يُؤْوَلُ إِلَى حَلِّ جُمْلَةٍ مَعَادِلَاتٍ خَطِيئَةٍ.	الأوضاع النسبية لمستقيمات و / أو لمستويات في الفضاء.	تحديد الوضع النسبي لمستويين، لمستقيم ومستو، لمستقيمين.	26
3	نَتَطَرَّقُ إِلَى تَقَاطَعِ ثَلَاثَةِ مَسْتَوِيَاتٍ الَّتِي يُؤْدِي إِلَى حَلِّ جُمْلَةٍ ثَلَاثَ مَعَادِلَاتٍ خَطِيئَةٍ بِثَلَاثَةِ مَجَاهِيلٍ.		تعيين تقاطع مستويين، مستقيم ومستو، مستقيمين. تقاطع 3 مستويات.	
6		معالجة بيداغوجية		27